Förberedelseuppgifter:

Förbered dig inför passet genom att försöka lösa följande uppgifter. Man kan även vara med på passet utan att ha gjort uppgifterna, men vi kommer att gå djupare in i ämnet under passet, och därför är det bra om man hunnit bekanta sig med materialet innan.

1. I en geometrisk talföljd är $a_5 = \dfrac{7}{25}$ och $a_9 = 7$. Bestäm värdet på a_{12}.

   Lösning: Om kvoten i talföljden betecknas *k* blir $\dfrac{a_9}{a_5} = k^4 = 25$ och den sista likheten har två reella lösningar $k = \pm\sqrt{5}$, vilket betyder att $a_{12} = \pm 35\sqrt{5}$.

2. Antag att du har en aritmetisk talföljd där alla element är heltal. Summan av elementen är således också ett heltal. I formeln för en aritmetisk summa ingår en tvåa i nämnaren, så om täljaren är udda blir resultatet inte ett heltal. Varför kan detta inte inträffa?

   Lösning: Summan ges av $S_k = \dfrac{k(a_1 + a_k)}{2}$ och för att täljaren ska vara udda måste *k* (antalet tal) vara udda och a_1 och a_k ha olika paritet (ett udda tal och ett jämnt) vilket är omöjligt eftersom differensen mellan två tal i följden måste vara udda.

3. Bestäm följande summa: $\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{16} + \dfrac{1}{64} + \dfrac{1}{256} + \ldots$

   (Prickarna betyder att talföljden har oändligt många termer)

   Lösning: $\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{16} + \dfrac{1}{64} + \dfrac{1}{256} + \ldots = \lim_{n\to\infty} \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}}\right) = \dfrac{1}{3}$

4. På en stor biograf sitter publiken i rader, där antalet platser i en rad ökar konstant med radnumret. Rad 1 består av 13 platser och sammanlagt finns det 629 platser i salongen.
    a. Bestäm antalet rader om antalet platser ökar med 3 för varje rad.
    b. Hur många rader kan det finnas i salongen om du **inte** vet den konstanta ökningen av antalet platser för varje rad.

Lösning: Om antalet rader är n blir

a. $629 = \frac{n(13+13+3(n-1))}{2}$ **som efter förenkling ger andragradsekvationen**

$3n^2 + 23n - 1258 = 0$ **som har lösningarna** $n = 17$ $(\text{eller } n = -\frac{74}{3})$ **så antalet rader i salongen är 17.**

b. $629 = \frac{n(13+13+d(n-1))}{2}$ **där d är förändringen av antalet platser för varje rad.**
Primtalsfaktoriseringen av 629 ger $629 = 17 \cdot 37$ **och den enda lösningen förutom den i a-uppgiften är** $n = 2$ **, dvs den något orealistiska fördelningen två rader med 13 platser i första och 616 platser i rad 2.**

5. Några på varandra följande tal i en viss talföljd har följande utseende:

….,-2, 2, 8, 16, 26, ….

och den explicita formeln för elementen är ett andragradspolynom.

    a. Vilket blir nästa tal i följden, som vi kan beteckna a_5 ?
    b. Bestäm a_{100}

Lösning: Med ansatsen $a_n = An^2 + Bn + C$ **går det att bestämma den explicita formeln till**
$a_n = n^2 + 3n - 2$

a. **Nästa tal i följden blir alltså** $a_5 = 38$ **. Detta går naturligtvis också att inse genom att titta på mönstret i talföljden.**

b. **Med formeln blir** $a_{100} = 10298$